

Semaine du 02 au 05 juin

Séance 1

Activité 1 : cahier de recherches

3. Associer chaque solide ci-dessous au calcul de son volume.

a. $\frac{4}{3} \pi \times 8^3$ b. $\pi \times 3^2 \times 8$ c. $2 \times 3 \times 8$
 d. $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 8$ e. $\frac{1}{3} \times 3^2 \times 8$

- a. Boule de rayon 8
- b. Cylindre de rayon 3 et hauteur 8
- c. Le pavé de côtés 8 ; 3 ; 2
- d. Le cône
- e. La pyramide

Activité 3 : kiwi exercices p 52 et 53

2 Compléter le tableau suivant.

Un carré d'aire 20 cm ² subit :	Aire du carré obtenu
a. un agrandissement de rapport 7	$\mathcal{A} = 20 \times 7^2$ $\mathcal{A} = 980 \text{ cm}^2$
b. un agrandissement de rapport 1,5	$\mathcal{A} = 20 \times 1,5^2$ $\mathcal{A} = 45 \text{ cm}^2$
c. une réduction de rapport 0,5	$\mathcal{A} = 20 \times 0,5^2$ $\mathcal{A} = 5 \text{ cm}^2$
d. une réduction de rapport 0,75	$\mathcal{A} = 20 \times 0,75^2$ $\mathcal{A} = 11,25 \text{ cm}^2$
e. un agrandissement de rapport $\frac{5}{3}$	$\mathcal{A} = 20 \times \left(\frac{5}{3}\right)^2$ $\mathcal{A} \approx 55,6 \text{ cm}^2$
f. une réduction de rapport $\frac{1}{7}$	$\mathcal{A} = 20 \times \left(\frac{1}{7}\right)^2$ $\mathcal{A} \approx 0,4 \text{ cm}^2$

3 Un rectangle a subi un agrandissement de rapport 6. Son aire est maintenant de 108 cm². Quelle était l'aire du rectangle de départ ?

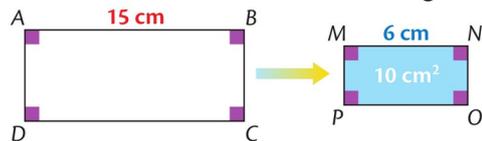
$$\mathcal{A} = 108 \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 = 3 \text{ cm}^2$$

4 Un triangle A'B'C' d'aire 10,8 cm² est la réduction de rapport 0,3 d'un triangle ABC.

Quelle est l'aire du triangle ABC ?

$$\mathcal{A} = 10,8 \div (0,3^2) = 120 \text{ cm}^2$$

5 MNOP est une réduction du rectangle ABCD.



Quelle est l'aire du rectangle ABCD ?

Le coefficient d'agrandissement de MNOP à ABCD est de 2,5. $\mathcal{A}_{ABCD} = (2,5)^2 \times 10 = 62,5 \text{ cm}^2$

6 On a effectué l'agrandissement d'une surface dont l'aire mesure 35 cm², et on a obtenu une surface d'aire 1 260 cm².

Quel rapport d'agrandissement a-t-on utilisé ?

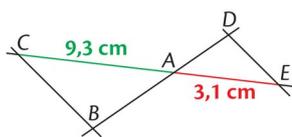
$$k^2 = \frac{1260}{35} = 36, \text{ on en déduit que } k = 6$$

7 Un rectangle d'aire 250 cm² a subi une réduction. Son aire est désormais de 10 cm².

Calculer le rapport de cette réduction.

$$k^2 = \frac{10}{250} = 0,04, \text{ on en déduit que } k = 0,2$$

8 Le triangle ABC est un agrandissement du triangle ADE.



a. Quel est le rapport d'agrandissement ?

$k = 9,3 \div 3,1 = 3$

b. L'aire du triangle ADE est de $7,5 \text{ cm}^2$.

Calculer l'aire du triangle ABC.

$\mathcal{A} = 7,5 \times 3^2 = 67,5 \text{ cm}^2$

9 Compléter le tableau suivant.

Une pyramide de volume 40 cm^3 subit :	Aire du carré obtenu
a. un agrandissement de rapport 5	$\mathcal{V} = 40 \times 5^3$ $\mathcal{V} = 5\,000 \text{ cm}^3$
b. une réduction de rapport 0,5	$\mathcal{V} = 40 \times (0,5)^3$ $\mathcal{V} = 5 \text{ cm}^3$
c. un agrandissement de rapport $\frac{7}{5}$	$\mathcal{V} = 40 \times \left(\frac{7}{5}\right)^3$ $\mathcal{V} \approx 110 \text{ cm}^3$
d. une réduction de rapport $\frac{1}{5}$	$\mathcal{V} = 40 \times \left(\frac{1}{5}\right)^3$ $\mathcal{V} = 0,32 \text{ cm}^3$

10 Un cube a subi un agrandissement de rapport 3. Son volume est maintenant de 108 cm^3 . Quel était le volume du cube de départ ?

$\mathcal{V} = 108 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 4 \text{ cm}^3$

11 Une pyramide a subi une réduction de rapport 0,75. Son volume est maintenant de 27 cm^3 .

Quel était le volume de la pyramide de départ ?

$\mathcal{V} = 27 \div (0,75)^3 = 64 \text{ cm}^3$

12 Un verre cylindrique contient 12 cL.

a. Combien contient un verre cylindrique de même base dont la hauteur est double ?

$\mathcal{V} = 12 \times 2 = 24 \text{ cL}$

b. Combien contient un verre cylindrique de même hauteur dont le rayon est double ?

$\mathcal{V} = 12 \times 2^2 = 48 \text{ cL}$

c. Combien contient un verre cylindrique dont la hauteur et le rayon sont doubles ?

$\mathcal{V} = 12 \times 2^3 = 96 \text{ cL}$

13 Un flacon de parfum a la forme d'une boule et contient 150 mL de liquide. Pour fabriquer une miniature, on réduit son rayon de moitié.

Quel est le volume du flacon miniature ?

$\mathcal{V} = 150 \times 0,5^3 = 18,75 \text{ cm}^3$

Bilan

14 **QCM** Il y a toujours une ou plusieurs bonnes réponses. Les trouver toutes.

Proposition	A	B	C
1. Un rectangle subit un agrandissement de rapport 4, donc :	son aire ne change pas	son aire est multipliée par 4	son aire est multipliée par 16
2. Un rectangle subit une réduction de rapport 2, donc :	son aire est doublée	son aire est divisée par 2	son aire est divisée par 4
3. Un carré d'aire 23 cm^2 a maintenant une aire de $1\,227 \text{ cm}^2$, donc on a fait :	un agrandissement de rapport 49	un agrandissement de rapport 7	une réduction de rapport 49
4. Un pavé droit subit une réduction de rapport 0,5, donc :	son volume est multiplié par 0,5	son volume est multiplié par $0,5^2$	son volume est multiplié par $0,5^3$
5. Si on multiplie par 3 les longueurs des arêtes d'un cube :	son volume est multiplié par 27	son volume est multiplié par 9	son volume est multiplié par 3

Séance 2

Activité 1 : cahier de recherches

$$\begin{array}{ll} 1 \text{ L} = \dots \text{ dm}^3 & 5,9 \text{ km}^3 = \dots \text{ dam}^3 \\ 35\,000 \text{ cm}^3 = \dots \text{ dm}^3 & 4,5 \text{ dL} = \dots \text{ cL} \\ 5,2 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3 & 3,275 \text{ mL} = \dots \text{ dL} \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} 1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3 & 5,9 \text{ km}^3 = 5\,900\,000 \text{ dam}^3 \\ 35\,000 \text{ cm}^3 = 35 \text{ dm}^3 & 4,5 \text{ dL} = 45 \text{ cL} \\ 5,2 \text{ dm}^3 = 5\,200 \text{ cm}^3 & 3,275 \text{ mL} = 0,03275 \text{ dL} \end{array}$$

Activité 2 : cahier de bord partie géométrie

Exercice 1 :

a. L'aire d'une sphère est 154 cm^2 .

On multiplie son rayon par 2,5.

Calcule la nouvelle aire de la sphère.

L'aire de la nouvelle sphère est :

$$154 \text{ cm}^2 \times 2,5^2 = 962,5 \text{ cm}^2$$

b. La surface d'un champ est de 12 hectares.

On divise ses dimensions par 2,5.

Quelle sera sa nouvelle surface en m^2 ?

Surface du nouveau champs :

$$12 \text{ hectares} : 2,5^2 = 1,92 \text{ hectares}$$

Exercice 2 :

On considère qu'une boule de pétanque a pour volume 189 cm^3 et que son rayon est le triple de celui du cochonnet.

a. Quel est le rapport de réduction du rayon ? (Donne une écriture fractionnaire ou décimale.)

Le rayon de la boule de pétanque est le triple du cochonnet donc le rapport de réduction est $\frac{1}{3}$.

b. En déduire le volume du cochonnet.

$$V_{\text{cochonnet}} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 V_{\text{boule}}$$

$$V_{\text{cochonnet}} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times 189 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{cochonnet}} = 7 \text{ cm}^3$$

Exercice 3 :

Le cône de révolution ci-contre, de sommet S, a une hauteur [SO] de 9 cm et un rayon de base [OA] de 5 cm.

a. Calculer le volume V_1 de ce cône au cm^3 près par défaut.

$$V_1 = \frac{1}{3} \times \pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$$

$$V_1 = \frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 9$$

$$V_1 \approx 235 \text{ cm}^3 \text{ au cm}^3 \text{ près par défaut.}$$

b. Soit M le point du segment [SO] tel que $SM = 3 \text{ cm}$. On coupe le cône par un plan parallèle à la base passant par M. Calculer le rayon de cette section.

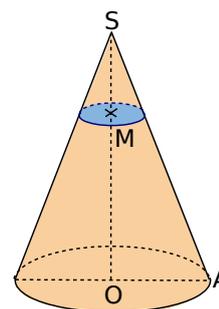
$$\text{On a le coefficient de réduction } \frac{SM}{SO} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Donc Rayon}_{\text{Section}} = \frac{1}{3} \times \text{Rayon}_{\text{cône}}$$

$$\text{Rayon}_{\text{Section}} = \frac{5}{3} \text{ cm.}$$

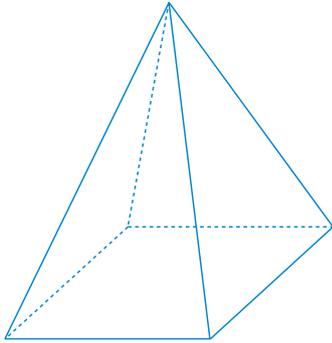
c. Calculer le volume V_2 du petit cône de sommet S ainsi obtenu, au cm^3 près par défaut.

$$\text{On a } V_2 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times V_1 \approx 9 \text{ cm}^3$$



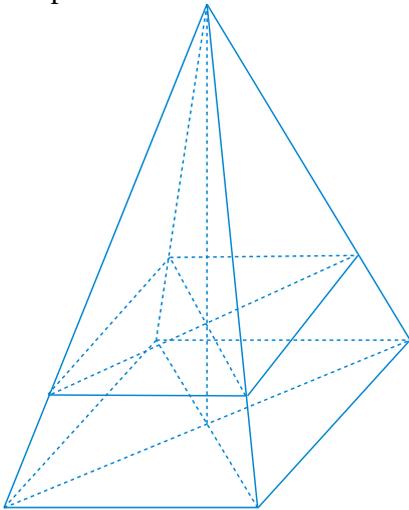
Exercice 4 :

a. Dessine une représentation en perspective cavalière d'une pyramide régulière à base carrée de hauteur 9 cm et de côté de base 4,5 cm.



b. Calcule la valeur exacte de son volume : $V = \frac{1}{3} \times 4,5^2 \times 9 = 60,75 \text{ cm}^3$

c. Complète la représentation en traçant la section de la pyramide par un plan parallèle à la base, coupant la hauteur aux deux-tiers en partant du sommet.



b.

Quelle est la nature de la section ? Justifie.

Le plan est parallèle à la base: Il s'agit donc d'une réduction de la base. Ici, il s'agit d'un carré.

e. Calcule la valeur exacte du volume de la petite pyramide.

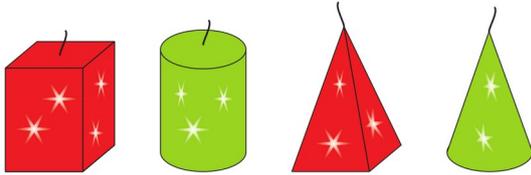
$$V_{\text{petite pyramide}} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times V = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times 60,75 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{petite pyramide}} = 18 \text{ cm}^3$$

21. Effectuer des calculs de périmètres et d'aires
22. Calculer des volumes de solides usuels

1 Les bougies de Noël

Quatre bougies sont représentées ci-dessous. Elles ont toutes une hauteur de 20 cm.



Leurs bases sont des carrés de 7 cm de côté ou des disques de 7 cm de diamètre.

a. Calculer le volume \mathcal{V} de cire, arrondi au centilitre près, de chacune de ces bougies. On ne tiendra pas compte de la mèche.

$\mathcal{V} = 7 \times 7 \times 20 = 980$. La bougie rouge en forme de pavé a un volume de 980 cm³, soit 98 cl.

$\mathcal{V} = \pi \times 3,5^2 \times 20 \approx 770$. La bougie verte en forme de cylindre a un volume de 770 cm³, soit 77 cl.

$\mathcal{V} = \frac{7 \times 7 \times 20}{3} = \frac{980}{3} \approx 330$. La bougie rouge en forme de pyramide a un volume de 330 cm³, soit 33 cl.

$\mathcal{V} = \frac{\pi \times 3,5^2 \times 20}{3} \approx 260$. La bougie verte en forme de cône a un volume de 260 cm³, soit 26 cl.

b. Noé dit : « Il faut exactement 98 cl de cire pour fabriquer trois bougies en forme de pyramide. » Ali dit : « Comment peux-tu l'affirmer puisque l'on ne connaît pas exactement le volume de cire d'une bougie ? »

Noé a-t-il raison? Si oui, expliquer son raisonnement.

Le volume d'un pavé est égal à 3 fois le volume d'une pyramide de même base et de même hauteur. Avec 98 cl, volume exact de la bougie en forme de pavé rouge, on pourra donc exactement fabriquer 3 bougies de forme de pyramide. Noé a donc raison.

c. Avec 4 L de cire rouge, 8 bougies ont été fabriquées et il ne reste plus assez de cire pour en faire une de plus. Combien de ces bougies ont la forme d'une pyramide ?

Soit x le nombre de bougies rouges en forme de

pavé et soit y le nombre de bougies rouges en forme de pyramide. 4 L = 400 cl.

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 98x + \frac{98}{3}y < 400 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 8 - x \\ 294x + 98(8 - x) < 1200 \end{cases}$$

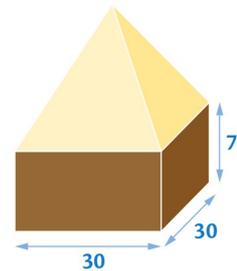
$$\begin{cases} y = 8 - x \\ 294x + 98y < 1200 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 8 - x \\ x < \frac{1200 - 98 \times 8}{294 - 98} \end{cases} \quad \begin{cases} y = 8 - x \\ x < 2,1 \end{cases}$$

Si $x = 2$, alors $y = 6$ et si $x = 1$, alors $y = 7$ sont les seules solutions du système.

Il y aura donc 6 ou 7 bougies.

2 Pour son anniversaire, Julien a commandé un gâteau composé de deux parties : une partie en chocolat, en forme de pavé droit, surmontée d'une partie à la vanille en forme de pyramide.



Vanille et chocolat ont le même volume.

a. À l'aide des dimensions en cm données sur le schéma, calculer \mathcal{V}_1 , le volume du pavé droit.

$$\mathcal{V}_1 = 30 \times 30 \times 7 = 6\,300$$

Le pavé droit a un volume de 6 300 cm³.

b. On appelle h la hauteur de la pyramide et \mathcal{V}_2 son volume. Montrer que $\mathcal{V}_2 = 300 \times h$.

$$\mathcal{V}_2 = \frac{30 \times 30 \times h}{3} = 300h$$

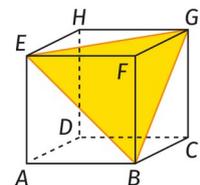
c. En déduire h .

$$6\,300 = 300h$$

$$h = \frac{6\,300}{300} = 21$$

La hauteur de la pyramide est de 21 cm.

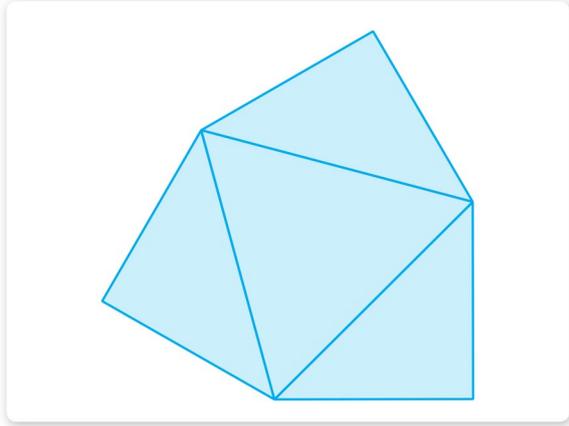
3 Le tétraèdre $EFGB$ est inscrit dans un cube de 6 cm d'arête.



a. Quelle est la nature du triangle EGB ? Justifier la réponse.

Toutes les faces du cube sont des carrés superposables, les longueurs EG , EB et BG sont des diagonales de ces carrés, elles sont donc égales. EGB est un triangle équilatéral.

b. Construire un patron de ce tétraèdre à l'échelle 1/2.

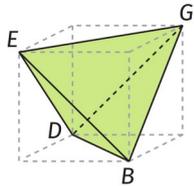


c. Calculer son volume.

$$\mathcal{A}(\text{base}) = \frac{6 \times 6}{2} = 18. \text{ L'aire de la base } EFB \text{ est } 18 \text{ cm}^2.$$

$$V = \frac{18 \times 6}{3} = 36. \text{ Le volume du tétraèdre est de } 36 \text{ cm}^3.$$

d. En retirant du cube les tétraèdres $ADBE$, $DBCG$, $EHGD$ et $EFGB$, on obtient ce tétraèdre $EGBD$ vert.



Calculer son volume.

Ces 4 tétraèdres ont le même volume.

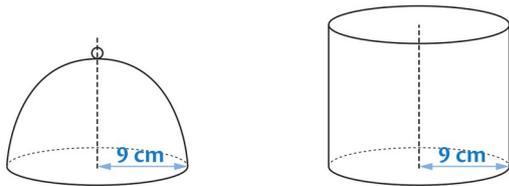
$$V = \text{volume du cube} - (4 \times \text{volume d'un tétraèdre})$$

$$V = 6 \times 6 \times 6 - 4 \times 36 = 6 \times 36 - 4 \times 36 = 2 \times 36 = 72.$$

Le volume du tétraèdre vert est 72 cm^3 .

4 Vers le Brevet

Une cloche à fromage en forme de demi-sphère de rayon 9 cm et une boîte cylindrique de même rayon ont le même volume.



a. Calculer le volume de la cloche. On donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie au cm^3 près.

$$V(\text{boule}) = \frac{4\pi \times 9^3}{3} = 972\pi$$

$$V(\text{demi-boule}) = \frac{972\pi}{2} = 486\pi \approx 1\,527.$$

Le volume de la cloche est d'environ $1\,527 \text{ cm}^3$.

b. Calculer la hauteur de la boîte cylindrique.

Soit h la hauteur de la boîte cylindrique.

$$V(\text{cylindre}) = \pi \times 9^2 \times h = 81\pi \times h.$$

On doit résoudre l'équation :

$$81\pi \times h = 486\pi;$$

$$h = \frac{486\pi}{81\pi} = 6. \text{ La hauteur du cylindre est de } 6 \text{ cm.}$$

5 On assimile le Soleil et la Terre à deux sphères dont les rayons sont d'environ 12 750 km et 1 400 000 km. Quel est le rapport entre la surface du Soleil et celle de la Terre, à l'unité près ?
Même question sur les rapports de volumes.

$$\text{Le rapport entre les rayons est } \frac{1\,400\,000}{12\,750} \approx 110.$$

$$\text{Le rapport entre les surfaces est égal au carré du rapport entre les rayons, il est de } \left(\frac{1\,400\,000}{12\,750}\right)^2 \approx 12\,057.$$

$$\text{Le rapport entre les volumes est égal au cube du rapport entre les rayons, il est de } \left(\frac{1\,400\,000}{12\,750}\right)^3 \approx 1\,323\,895.$$

23. Grandeurs produits, grandeurs quotients

6 Un mètre-cube d'acajou pèse 700 kg. Calculer sa densité en g/m^3 .

$$700 \text{ kg} = 700 \times 10^3 \text{ g} = 7 \times 10^5 \text{ g}$$

$$\frac{7 \times 10^5}{1} = 7 \times 10^5$$

La densité de l'acajou est de $7 \times 10^5 \text{ g/m}^3$.

7 Yanis parcourt 50 km en 2 h, se repose une demi-heure, puis parcourt les 15 derniers kilomètres du trajet en une demi-heure. Calculer sa vitesse moyenne sur chaque partie du trajet, puis sa vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours.

$$\frac{50}{2} = 25. \text{ Sur la première partie du trajet il roule à } 25 \text{ km/h.}$$

Pendant la pause, il est à l'arrêt, sa vitesse est 0 km/h.

$$30 \text{ min} = 0,5 \text{ h}; \frac{15}{0,5} = \frac{30}{1} = 30.$$

Sur la seconde partie du trajet il roule à 30 km/h.

$$\frac{65}{3} \approx 21,7. \text{ Sur l'ensemble du parcours, il a roulé à } 21,7 \text{ km/h.}$$

24. Comprendre l'effet de transformations sur les grandeurs géométriques

1 Floriane a préparé un tableau pour y reporter les résultats de différents agrandissements ou réductions. Compléter son tableau.

Nature de la transformation (agrandissement ou réduction)	Coefficient de la transformation	Aire de la figure de départ	Aire de la figure transformée
agrandissement	7	20 cm ²	980 cm ²
réduction	0,75	17 cm ²	9,5625 cm ²
agrandissement	.8	35 cm ²	2 240 cm ²
réduction	3/8	80 cm ²	11,25 cm ²
agrandissement	120 %	25 cm ²	36 cm ²
réduction	0,3	120 cm ²	10,8 cm ²
réduction	30 %	207 cm ²	18,63 cm ²

2 Vrai ou Faux ?

a. Pour diviser par 10 l'aire d'un disque, il faut diviser par 5 son rayon.

Faux, il faut diviser par $\sqrt{10}$ son rayon.

b. Si on multiplie par 10 le rayon de la base d'un cylindre et qu'on divise sa hauteur par 10, son volume ne change pas.

Faux, le nouveau volume est 10 fois plus grand que l'ancien.

c. En multipliant par 0,1 toutes les dimensions d'un solide, on divise par 100 son aire.

Vrai, multiplier les longueurs par 0,1 revient à diviser les longueurs par 10, donc à diviser l'aire par 100.

d. La touche 150 % d'une photocopieuse double l'aire d'une surface dessinée.

Faux, multiplier les longueurs par 1,5 revient à multiplier l'aire par 2,25, l'aire est donc plus que doublée.

3 Un fabricant de glaces souhaite faire une promotion sur ses cônes en proposant 10 % de glace supplémentaires, sans changer la hauteur du cône. Comment doit-il agrandir le rayon du cône ?



S'il y a 10% de glace en plus, alors le volume de glace est multiplié par 1,1.

On appelle r le rayon du petit cône, R le rayon du grand cône et h la hauteur des cônes, on a alors :

$$\frac{\pi r^2 h}{3} \times 1,1 = \frac{\pi R^2 h}{3}$$

$$r^2 \times 1,1 = R^2$$

$$r \times 1,05 \approx R$$

Le rayon du cône est multiplié par 1,05 environ ; le rayon du cône est donc agrandi de 5 % environ.

4 L'échelle HO la plus utilisée en modélisme ferroviaire est une réduction au 1/87^e. Une maquette à cette échelle d'un wagon-citerne a une capacité de 20 cL. Quelle est la capacité du wagon original ?

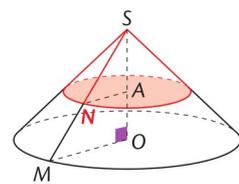
$$V = 20 \times 87^3 = 13\,170\,060 \text{ cL} \approx 131\,700 \text{ L} \approx 132 \text{ m}^3$$

Le wagon original a une capacité d'environ 132 m³.

5 Un cône de révolution de hauteur SO = 18 cm a pour base un disque de rayon 15 cm.

A est le point de la hauteur [SO] tel que SA = 10 cm.

Le plan passant par A et parallèle à la base coupe le cône selon un cercle de centre A passant par N.



a. Quelle transformation a-t-on appliquée au cône de hauteur SO pour obtenir le cône de hauteur SA ?

On a appliqué une réduction.

b. Calculer le rapport de cette transformation.

$$\text{Cette réduction est de rapport } \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$$

c. Calculer le volume du cône de hauteur SO.

$$V(\text{cône de hauteur SO}) = \frac{\pi 15^2 \times 18}{3} = 1\,350\pi \approx 4\,241$$

Le volume du cône de hauteur SO est d'environ 4 241 cm³.

d. Calculer le volume du cône de hauteur SA.

$$V(\text{cône de hauteur SA}) = 1\,350\pi \times \left(\frac{5}{9}\right)^3 = \frac{6\,250}{27}\pi \approx 727$$

Le volume du cône de hauteur SA est d'environ 727 cm³.

6 La pyramide de Khéops en Égypte a une base carrée de côté 233 m, et sa hauteur est de 146 m. Quelles mesures faut-il donner au côté et à la hauteur d'une maquette si on veut obtenir un volume 1 000 000 fois plus petit que l'original ?

Il s'agit d'une réduction de coefficient $\frac{1}{c}$ tel que $c^3 = 1\,000\,000$.

On obtient $c = 100$; le coefficient de réduction est donc de $\frac{1}{100} = 0,01$.

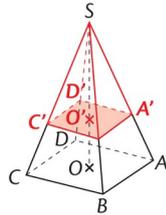
$$233 \times 0,01 = 2,33.$$

Le côté du carré de la maquette sera de 2,33 m.

$$146 \times 0,01 = 1,46.$$

La hauteur de la maquette sera de 1,46 m.

7 $SABCD$ est une pyramide régulière de sommet S dont la base est le carré $ABCD$ de côté 6 cm. Sa hauteur est $SO = 12$ cm. O' est le point de $[SO]$ tel que $SO' = 9$ cm.



Le plan passant par O' et parallèle à la base coupe la pyramide selon le carré $A'B'C'D'$.

a. Quelle transformation a-t-on appliquée à la pyramide $SABCD$ pour obtenir $SA'B'C'D'$?

On a appliqué une réduction.

b. Calculer le rapport de cette transformation.

$$\text{Cette réduction est de rapport } \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

c. Calculer le volume de la pyramide $SABCD$.

$$V(\text{pyramide de hauteur } SO) = \frac{6^2 \times 12}{3} = 144$$

Le volume de la pyramide de hauteur SO est 144 cm^3 .

d. Calculer le volume de la pyramide $SA'B'C'D'$.

$$V(\text{pyramide de hauteur } SA) = 144 \times \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{243}{4} = 60,75$$

Le volume de la pyramide de hauteur SA est de $60,75 \text{ cm}^3$.

8 Un ballon sphérique avait un volume de $973\pi \text{ cm}^3$. En le dégonflant, son rayon a été réduit aux deux tiers.

Calculer le rayon du ballon obtenu.

On appelle r le rayon du ballon.

$$\text{On a } 973\pi = \frac{4\pi r^3}{3}$$

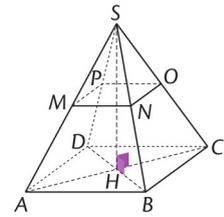
$$r^3 = \frac{973 \times 3}{4} \text{ donc } r \approx 9 \text{ cm}$$

Le rayon du ballon est d'environ 9 cm au mm près.

$$9 \times \frac{2}{3} = 6$$

Le rayon du ballon dégonflé est d'environ 6 cm.

9 Une pyramide régulière de sommet S a pour base le carré $ABCD$ telle que son volume V est égal à 108 cm^3 . Sa hauteur $[SH]$ mesure 9 cm.



Le volume d'une pyramide est donné par la relation :

$$\text{Volume d'une pyramide} = \frac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$

1. a. Vérifier que l'aire de $ABCD$ est bien 36 cm^2 .

$$\frac{AB^2 \times 9}{3} = 108; AB^2 = \frac{108}{3} = 36.$$

L'aire de $ABCD$ est bien de 36 cm^2 .

b. En déduire la valeur de AB .

$$AB = \sqrt{36} = 6, AB \text{ mesure } 6 \text{ cm}.$$

c. Montrer que le périmètre du triangle ABC est égal à $12 + 6\sqrt{2}$ cm.

ABC est un triangle isocèle rectangle en B tel que $AB = 6$ cm.

En utilisant le théorème de Pythagore, on a :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

$$BC^2 = 72$$

$$BC = \sqrt{72} = 6\sqrt{2} \text{ cm}.$$

$$P(ABC) = 6 \times 2 + 6\sqrt{2} = 12 + 6\sqrt{2} \text{ cm}.$$

2. $SMNOP$ est une réduction de la pyramide $SABCD$ telle que l'aire du carré $MNOP$ soit égale à 4 cm^2 .

a. Calculer le volume de la pyramide $SMNOP$.

Le rapport des deux aires de base des deux pyramides est $\frac{4}{36} = \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{3}\right)^2$

Les longueurs de la pyramide $SMNOP$ sont obtenues à partir de celles de $SABCD$ en les divisant par 3.

$$V = 108 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 = 4 \text{ cm}^3.$$

b. Élise pense que pour obtenir le périmètre du triangle MNO , il suffit de diviser le périmètre du triangle ABC par 3. A-t-elle raison ?

Les longueurs de la pyramide $SMNOP$ sont obtenues à partir de celles de $SABCD$ en les divisant par 3. Pour obtenir le périmètre de MNO , il suffit de diviser le périmètre de ABC par 3. Élise a raison.